

5회수학 가형 정답

1	④	2	⑤	3	①	4	①	5	③
6	④	7	⑤	8	①	9	④	10	③
11	⑤	12	①	13	③	14	①	15	①
16	③	17	③	18	④	19	④	20	⑤
21	②	22	26	23	80	24	16	25	4
26	12	27	12	28	60	29	330	30	6

해설

1. ㉞ ④

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{2x} \cdot \frac{x}{\tan x} \cdot 2 = 2$$

2. ㉞ ⑤ [출제의도] 쌍곡선의 점선의 방정식을 이해한다.

$$2x - \frac{3y}{3} = 1, y = 2x - 1$$

따라서 y 축과 만나는 점의 y 좌표는 -1

3. ㉞ ① [출제의도] 치환적분을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$x^2=t \text{로 치환하면 } 2xdx=dt$$

$$x=0 \text{ 일 때 } t=0, x=1 \text{ 일 때 } t=1$$

$$\therefore \int_0^1 2xe^{x^2} dx = \int_0^1 e^t dt = [e^t]_0^1 = e - 1$$

4. ㉞ ①

$$\sin \alpha = \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \left(\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\therefore \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$$

5. ㉞ ③ [출제의도] 삼각함수의 정적분을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{1}{n} \sin x = \frac{1}{n+1} \sin x \text{ 에서 } \sin x = 0 \therefore x = 0, \pi$$

$$S_n = \int_0^\pi \left(\frac{1}{n} \sin x - \frac{1}{n+1} \sin x \right) dx$$

$$= 2 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} 2 \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 2$$

<참고> 구하는 값은 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 곡선 $y = \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 같다.

6. ㉞ ④

[공간도형]

점 $A(1, 2, 3)$ 을 지나고 직선 l 에 수직인 평면 α 의

방정식은

$$1 \cdot (x-1) - 2(y-2) + 3(z-3) = 0$$

$$\therefore x - 2y + 3z = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 m 의 방정식에서

$$x - 2 = y = \frac{z-6}{5} = t \text{로 놓으면}$$

$x = t + 2, y = t, z = 5t + 6$ 이므로

점 $B(t+2, t, 5t+6)$ 으로 놓고 ㉞에 대입하면 $(t+2) - 2t + 3(5t+6) = 6 \therefore t = -1$

따라서 $B(1, -1, 1)$ 이므로

$$AB = \sqrt{(1-1)^2 + \{(2-(-1))\}^2 + (1-3)^2}$$

$$= \sqrt{13}$$

7. ㉞ ⑤

[정사형]

$$\overline{FR} = \overline{AP} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \overline{QR} = \sqrt{10},$$

$$\overline{PR} = 3\sqrt{2}$$

삼각형 PQR 에서 밑변

을 PR

이라 하면 높이는

$$(\text{높이}) = \sqrt{10 - \frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

그래서

$$\Delta PQR = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{22}}{2} = \frac{3\sqrt{11}}{2}$$

한편, 삼각형 PQR 의 평면 $CGHD$ 위로의 정사영은

삼각형 CGD 이므로 정사영의 기본성질에 의해

$$\Delta CGD = \Delta PQR \cos \theta \Leftrightarrow \frac{9}{2} = \frac{3\sqrt{11}}{2} \cos \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{3\sqrt{11}}{11}$$

8. ㉞ ① 점 (a, b) 는 쌍곡선 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점이

$$\text{므로 } \frac{a^2}{5} - \frac{b^2}{4} = 1 \cdots \textcircled{1}$$

쌍곡선 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점의 좌표는

$F(3, 0), F'(-3, 0)$ 이다.

이 때, 사각형 $F'QFP$ 의 넓이는 합동인 두 삼각형 $F'QF, FPF'$ 의 넓이와 같으므로

$$\square F'QFP = 2 \times \triangle FPF' = 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{FF'} \times |b|$$

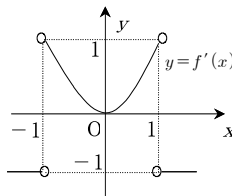
$$= 6|b| = 24$$

$$\therefore |b| = 4 \cdots \textcircled{2}$$

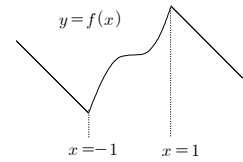
㉞, ㉞에서 $a^2 = 25$ 이므로 $|a| = 5$

$$\therefore |a| + |b| = 5 + 4 = 9$$

9. ㉞ ④ 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



따라서 연속함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1-0} f'(x) = -1 < 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f'(x) = 1 > 0 \text{ 이므로 } f(x) \text{는 } x=0 \text{에서}$$

감소상태에서 증가상태로 바뀐다.

따라서 $f(x)$ 는 $x=-1$ 에서 극소값을 갖는다. (참)

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이 아니므로 $f(x) = f(-x)$ 가 성립하지 않는다. (거짓)

ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프에서 $f(1) > f(0)$ 이므로

$f(0) = 0$ 이면 $f(1) > 0$ 이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10. ㉞ ③ 벡터 $\overrightarrow{OP} = (a, b)$, $\overrightarrow{OQ} = (c, d)$ 라 하면

$$\overrightarrow{OP'} = (a+3, b+1), \overrightarrow{OQ'} = (c+3, d+1)$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = (a, b) - (c, d) = (-3, -1)$$

$$\text{이므로 } |\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \text{ (참)}$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = (a, b) - (c, d) = (a-c, b-d)$$

$$\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'} = (a+3, b+1) - (c+3, d+1)$$

$$= (a-c, b-d)$$

$$\text{이므로 } \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'}$$

$$\therefore |\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}| = |\overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OQ'}| \text{ (참)}$$

ㄷ. (반례)

$$\overrightarrow{OP} = (1, 1), \overrightarrow{OQ} = (1, 2) \text{ 일 때,}$$

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 3 \text{ 이다.}$$

$$\text{그런데, } \overrightarrow{OP'} = (4, 2), \overrightarrow{OQ'} = (4, 5) \text{ 이므로}$$

$$\overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OQ'} = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 26$$

$$\therefore \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} \neq \overrightarrow{OP'} \cdot \overrightarrow{OQ'} \text{ (거짓)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

11. ㉞ ⑤

[이항분포]

$$C \text{회사의 제품을 선택할 확률은 } \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

C 회사의 제품을 선택할 사람의 수

를 확률변수 X 라 하면 X 는 이항분포

$$B\left(192, \frac{1}{4}\right) \text{를 따른다.}$$

이 때, X 는 정규분포

$$N\left(192 \times \frac{1}{4}, 192 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right)$$

즉, $N(48, 6^2)$ 를 따르므로

구하는 확률은

$$P(X \geq 42) = P\left(Z \geq \frac{42-48}{6}\right) = P(Z \geq -1)$$

$$= 0.5 + P(0 \leq Z \leq 1) = 0.5 + 0.3413$$

$$= 0.8413$$

12. ㉞ ①

[경우의 수]

네 사람을 키 순서대로 a, b, c, d 라 하면

네 사람을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $4 \neq 24$ (가지)

이 때, 세 번째 사람이 이웃한 사람보다 키가 작

을 경우
 는 다음 두 가지가 있다.
 (i) c 가 세 번째에 있는 경우
 d, a, c, b 또는 d, b, c, a 로 2가지
 (ii) d 가 세 번째에 있는 경우
 나머지 세 명을 나열하는 방법의 수와 같으므로
 $3 \neq 6$ (가지)
 따라서 구하는 확률은 $\frac{2+6}{24} = \frac{1}{3}$

13. [출제의도] 수열의 성질을 이해하고 수열의 극한값을 구한다.

$$y = \frac{2n}{x} \text{에 } y = -\frac{x}{n} + 3 \text{를 대입하면}$$

$$\frac{2n}{x} = -\frac{x}{n} + 3$$

$$2n^2 = -x^2 + 3nx$$

$$x^2 - 3nx + 2n^2 = 0$$

$$(x-n)(x-2n) = 0$$

$$\therefore x = n \text{ 또는 } x = 2n$$

즉, $A_n(n, 2), B_n(2n, 1)$

$$\therefore l_n = \sqrt{(2n-n)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{n^2 + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (l_{n+1} - l_n)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{(n+1)^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 2} - \sqrt{n^2 + 1})$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 2 - (n^2 + 1)}{\sqrt{n^2 + 2n + 2} + \sqrt{n^2 + 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{\sqrt{n^2 + 2n + 2} + \sqrt{n^2 + 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}$$

$$= 1$$

14. [출제의도] 정적분을 이해하고 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구한다.

곡선 $y = \frac{2n}{x}$ 과 직선 $y = -\frac{x}{n} + 3$ 의 교점이

$$A_n(n, 2), B_n(2n, 1)$$

이고, $n \leq x \leq 2n$ 에서 $\frac{2n}{x} \leq -\frac{x}{n} + 3$ 이므로

$$S_n = \int_n^{2n} \left\{ \left(-\frac{x}{n} + 3 \right) - \frac{2n}{x} \right\} dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2n}x^2 + 3x - 2n \ln |x| \right]_n^{2n}$$

$$= \left(-2n + 6n - 2n \ln 2n \right) - \left(-\frac{1}{2}n + 3n - 2n \ln n \right)$$

$$= n \left(\frac{3}{2} - 2 \ln 2 \right)$$

$$\therefore S_{n+1} - S_n = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$$

15. [출제의도] 벡터의 합의 의미를 이해하고 이를 이용하여 도형의 모양을 유추할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $\overrightarrow{OP} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AB}$ ($0 \leq t \leq 1$) 이므로 점 P 가 그리는 도형은 선분 AB 이다.
 \therefore 참

ㄴ. $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} = s\overrightarrow{OA} + 2t\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}\right)$ 이므로 점 P 가 그리는 도형은 선분 AB' (이 때,

$\overrightarrow{OB'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$)이고, 그 길이는 선분 AB 의 길이보다 작은 경우도 있다. \therefore 거짓

ㄷ. 양수 s, t 가 $s+2t \leq 1$ 이면 점 P 가 그리는 영역은 삼각형 OAB' 이므로 삼각형 OAB 에 포함된다. \therefore 거짓

16. [출제의도] 벡터

선분 AB 의 중점을 M ,
 M 에서 평면에 내린 수선의 발을 M' 으로 놓으면

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}| = 2|\overrightarrow{PM}| \geq 2|\overrightarrow{MM'}|$$

그런데 M 의 좌표는 $(2, -1, 0)$ 이므로
 점 M 과 평면 사이의 거리는 선분 MM' 의 길이므로

$$\frac{|2+1+0|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

따라서 구하는 최소값은

$$2|\overrightarrow{MM'}| = 2\sqrt{3} \text{이다.}$$

17. [출제의도] 초월함수의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\triangle PAB$ 의 넓이 $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \ln t = \frac{1}{2}(e-1)\ln t$ 이므로

$$\lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S}{t-1} = \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{(e-1)\ln t}{2(t-1)} = \frac{e-1}{2} \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{\ln t}{t-1}$$

$$= \frac{e-1}{2} \times 1 \left(\because \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\ln t}{t-1} = 1 \right)$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow 1+0} \frac{S}{t-1} = \frac{e-1}{2}$$

18. [출제의도] 무한급수의 극한

[무한급수의 극한]
 도형 A_1, A_2, A_3, \dots 의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, \dots 라 하면

$$S_1 = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$S_2 = \frac{3}{4} + 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$S_3 = \frac{3}{4} + 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} + 2^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \frac{3}{4} + \dots$$

이므로

$$S_n \text{은 첫째항이 } \frac{3}{4} \text{이고, 공비가 } 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8} \text{인 등비수열}$$

의 합이므로 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{6}{7}$

$\therefore p = 7, q = 6 \quad \therefore p + q = 13$

19. [출제의도] 여러 가지 함수의 극한을 이

용하여 도형과 관련된 문제를 해결한다.

$\overline{AB} = 2$ 이고 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\overline{PB} = 2\sin\theta$

$$\angle QBP = \frac{\pi}{2} - \angle PQB = \frac{\pi}{2} - \theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \theta$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{PB} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2\sin\theta \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \cdot 2\sin\theta \cdot 2\sin\theta \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2\sin^2\theta \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$$

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{2\sin^2\theta \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)}{\theta^2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} 2\tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2$$

20. [출제의도] 타원의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

점 F 는 타원의 초점이므로 $c^2 = a^2 - b^2$
 점 $A(c, k)$ 라 하면

$$k^2 = 16 \frac{a^2 - c^2}{a^2} \quad \therefore k = 4 \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{a} = \frac{16}{a}$$

따라서 $\square ADBC$ 의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \overline{CD} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2k = 2ak = 2a \cdot \frac{16}{a} = 32$$

21. [출제의도] 회전체의 부피

[회전체의 부피]
 물의 부피는 항상 일정하므로

$$\int_0^u \frac{y}{3} dy + \int_0^v \left(y - \frac{y}{3} \right) dy = k \quad (\text{상수})$$

$$\frac{u^2}{6} + \frac{v^2}{3} = k$$

양변을 u 에 대하여 미분하면

$$\frac{u}{3} + \frac{2}{3}v \frac{dv}{du} = 0$$

$$u = 2v \text{이므로 } \frac{dv}{du} = -1$$

22. [출제의도] 함수의 극한

[함수의 극한]
 $x \rightarrow 2$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\therefore \sqrt{4+a} - b = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+a} - \sqrt{4+a}}{x-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{(x-2)(\sqrt{x^2+a} + \sqrt{4+a})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+a} + \sqrt{4+a}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{4+a} + 2} = \frac{2}{5}$$

$\therefore a = 21, b = 5$
 $\therefore a + b = 26$

23. [출제의도] 로그의 연립부등식

[로그의 연립부등식]
 (진수) > 0 에서 $x > 2, x \neq 3 \dots \dots \textcircled{1}$

$$\log_3 |x-3| < 4 \text{에서 } |x-3| < 3^4$$

$$\therefore -78 < x < 84 \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\log_2 x + \log_2 (x-2) \geq 3 \text{에서 } \log_2 (x-2) \geq 3$$

$$x(x-2) \geq 8(x-4)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \geq 4, x \leq -2 \dots\dots \textcircled{B}$$

①, ②, ③을 동시에 만족하는 정수인 x 는

$$x=4, 5, 6, \dots, 83$$

따라서 80개다.

24. $f(x) = x^3$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시키면

$g(x) = (x-a)^3 + b$ 의 그래프가 된다.

$g(0) = -a^3 + b = 0$ 이므로 $b = a^3 \dots \textcircled{1}$ 한편, 그래프의 평행 이동에 의해

$$\int_a^b g(x) dx = \int_{a-c}^{b-c} g(x+c) dx$$

$$\text{성립} \quad \int_a^{3a} g(x) dx = \int_a^{3a} \{(x-a)^3 + b\} dx$$

$$= \int_0^{2a} (x^3 + b) dx$$

$$\therefore \int_0^{2a} (x^3 + b) dx - \int_0^{2a} x^3 dx = \int_0^{2a} b dx$$

$$= 2ab = 32 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 2ab = 2a^4 = 32 \text{이므로} \quad a^4 = 16 \quad \textcircled{B} \quad 16$$

25. [출제의도] 위치와 속도의 관계 및 속도의 부호의 의미를 이해하여 두 점이 서로 반대 방향으로 움직인 시각을 구한다.

두 점 P, Q의 시각 t 에서의 속도를 각각 v_P , v_Q 라 하면

$$v_P = \frac{dx_P}{dt} = 2t - a$$

$$v_Q = \frac{dx_Q}{dt} = \frac{2t-1}{t^2-t+1}$$

두 점 P, Q가 움직이는 방향이 서로 반대 방향이 되려면 $v_P v_Q < 0$ 이어야 한다.

$$v_P v_Q = \frac{(2t-a)(2t-1)}{t^2-t+1} < 0$$

$$\therefore (2t-a)(2t-1) < 0 \dots \textcircled{1} \quad (\because t^2-t+1 > 0)$$

$$\textcircled{1} \text{의 해가 } \frac{1}{2} < t < 2 \text{이므로 } \frac{a}{2} = 2$$

$$\therefore a = 4$$

26. ㉡ 12

[공간도형]

중심 C(0, 1, 1)에서 직선 $\frac{x}{2} = y = -z$ 에 내린

수선의

발을 H($2t, t, -t$)로 놓으면 직선의 방향벡터는

$$\vec{u} = (2, 1, -1) \text{이므로}$$

$$\vec{CH} \cdot \vec{u} = (2t, t-1, -t-1) \cdot (2, 1, -1)$$

$$= 4t + t - 1 + t + 1 = 6t = 0$$

$$\therefore t = 0$$

$$\therefore H(0, 0, 0)$$

$$\therefore \overline{CH} = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$$

따라서 삼각형 CAB의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \overline{AB} \cdot \overline{CH} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore S^2 = 12$$

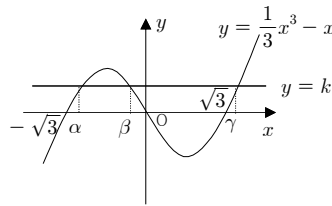
27. ㉡ 12

[다항함수의 미분]

$$y = \frac{1}{3}x^3 - x \text{과 놓으면 곡선 } y = \frac{1}{3}x^3 - x \text{과}$$

직선

$y = k$ 의 교점의 x 좌표가 주어진 삼차방정식의 세 실근이다.



곡선 $y = \frac{1}{3}x^3 - x$ 는 원점에 대하여 대칭이며

$$\frac{1}{3}x^3 - x = 0 \text{에서 } x = -\sqrt{3}, 0, \sqrt{3}$$

이 때, $\alpha < \beta < \gamma$ 라 해도 문제의 뜻에 어긋나지 않으며

$$-\sqrt{3} \leq \alpha < \beta \leq 0 < \sqrt{3} \leq \gamma$$

한편,

$$\frac{1}{3}x^3 - x - k = \frac{1}{3}(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) \text{에서}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 0$$

$$\therefore |\alpha| + |\beta| + |\gamma| = -\alpha - \beta = 2\gamma \geq 2\sqrt{3}$$

$$\therefore m^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

28. [출제의도] 입체도형의 형태를 추론하고 중복 조합을 이용하여 경우의 수를 구한다.

1층에 6개를 모두 쌓은 후 남은 6개를 쌓는 방법은 다음과 같다.

i) 2층 앞줄에 모두 1개씩 쌓는 경우

$${}_4C_1 \times {}_3C_1 = 12$$

ii) 2층 앞줄 두 곳 중 한 곳에만 1개를 쌓는 경우

뒷줄 네 곳 중 한 곳에 3개를 쌓고 나머지 세 곳에 중복을 허락하여 2개를 쌓으면 되므로

$${}_2C_1 \times {}_4C_1 \times {}_3H_2 = 48$$

따라서 $12 + 48 = 60$

29. ㉡ 330

[표본평균의 확률분포]

X	\bar{X}	$P(\bar{X})$
1, 1	1	0.5×0.5
1, 2	1.5	0.5×0.3
1, 3	2	0.5×0.2
2, 1	1.5	0.3×0.5
2, 2	2	0.3×0.3
2, 3	2.5	0.3×0.2
3, 1	2	0.2×0.5
3, 2	2.5	0.2×0.3
3, 3	3	0.2×0.2

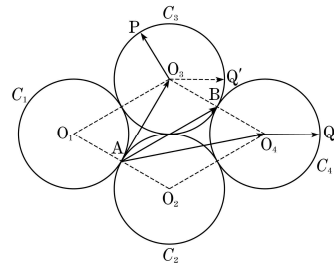
$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$c = 0.5 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 = 0.3$$

$$d = 0.5 \times 0.2 + 0.3 \times 0.3 + 0.2 \times 0.5 = 0.29$$

$$\therefore 100(b+c) = 100 \times 3.3 = 330$$

30. [출제의도] 벡터와 관련된 문제를 도형을 이용하여 해결한다.



네 원 C_1, C_2, C_3, C_4 의 중심을 각각

O_1, O_2, O_3, O_4

라 하고, 두 원 C_3, C_4 의 접점을 B라 하자.

사각형 $O_1O_2O_3O_4$ 는 네 변의 길이가 모두 2인 마름모이고, 두 점 A, B는 각각 변 O_1O_2 , 변 O_3O_4 의 중점이다.

$$\therefore \overline{AO_3} + \overline{AO_4} = 2\overline{AB} = 2\overline{O_1O_3}$$

한편, 벡터 $\overline{O_1Q}$ 를 시점이 O_3 이 되도록 평행이동하였을 때, 그 종점을 Q' 이라 하면

$$\overline{O_3P} + \overline{O_4Q} = \overline{O_3P} + \overline{O_3Q'} \text{이므로}$$

$$\overline{AP} + \overline{AQ} =$$

$$(\overline{AO_3} + \overline{O_3P}) + (\overline{AO_4} + \overline{O_4Q})$$

$$= (\overline{AO_3} + \overline{AO_4}) + (\overline{O_3P} + \overline{O_4Q})$$

$$= 2\overline{O_1O_3} + \overline{O_3P} + \overline{O_3Q'}$$

이때, 벡터 $\overline{AP} + \overline{AQ}$ 의 크기가 최대가 되려면 $\overline{O_1O_3}$ 은 방향과 크기가 일정한 벡터이므로 두 벡터 $\overline{O_3P}, \overline{O_3Q'}$ 이 $\overline{O_1O_3}$ 과 방향이 같아야 한다.

$$\therefore |\overline{AP} + \overline{AQ}| \leq 3|\overline{O_1O_3}| = 6$$