

제 2 교시

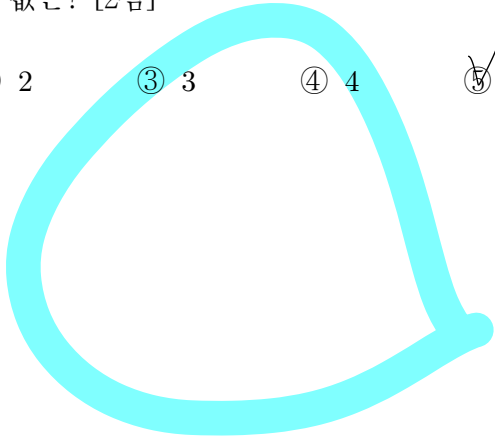
수학 영역

출수형

5지선다형

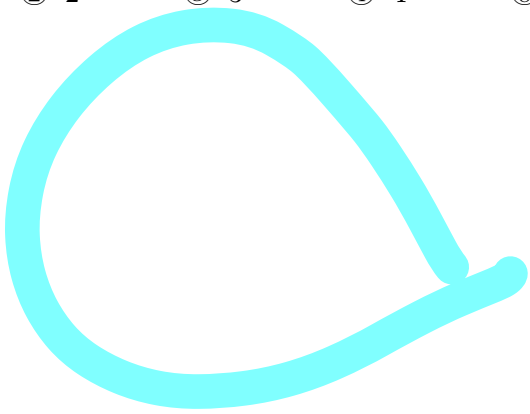
1.  $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5



2. 함수  $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- $\frac{3x^2 - 8}{12}$
- ① 1
  - ② 2
  - ③ 3
  - ④ 4
  - ⑤ 5



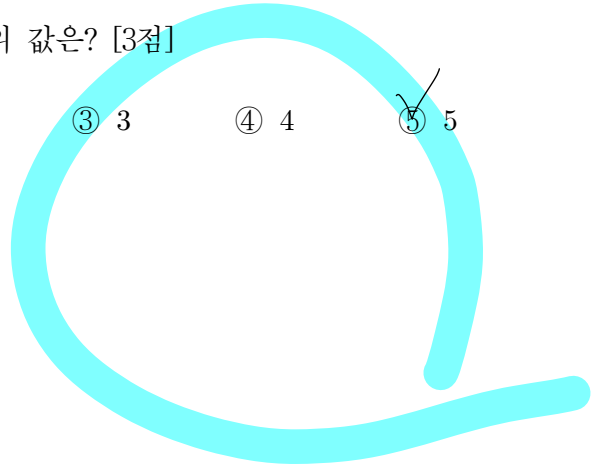
3. 첫째항과 공비가 모두 양수  $k$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때,  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$\frac{r^2 + r}{r(r+1)} = 5$$



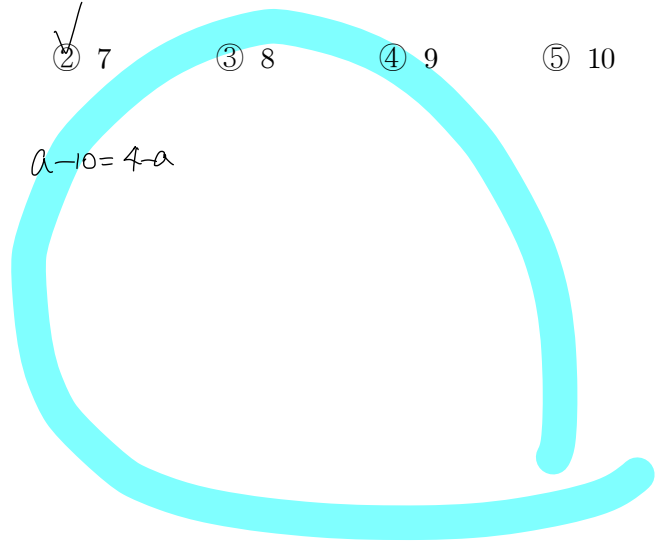
4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

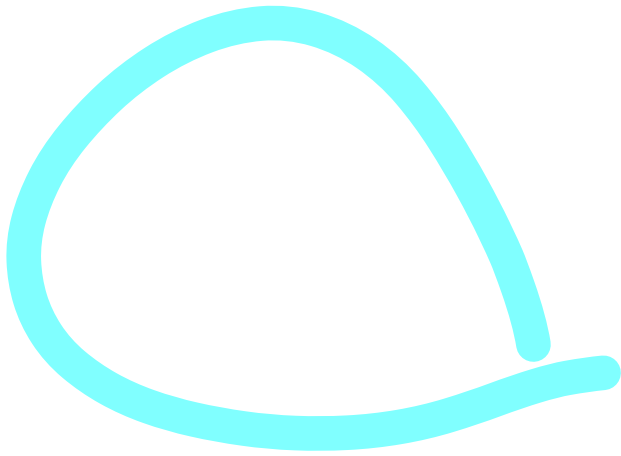
$$a - 10 = 4 - a$$



5. 함수  $f(x) = (x^2 + 1)(3x^2 - x)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

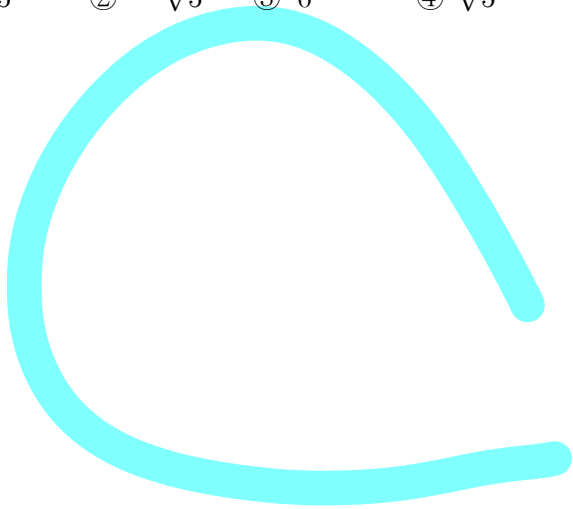
- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 5$



6.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\frac{1}{5}$ 일 때,  $\frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5
- ②  $-\sqrt{5}$
- ③ 0
- ④  $\sqrt{5}$
- ⑤ 5



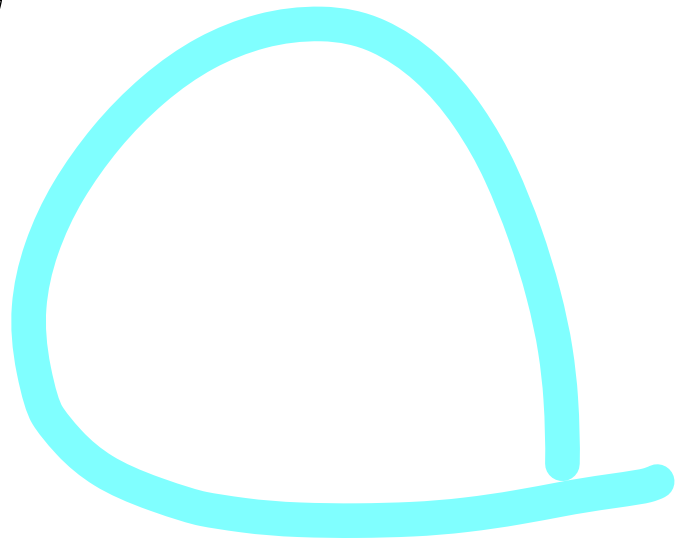
7. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 3x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

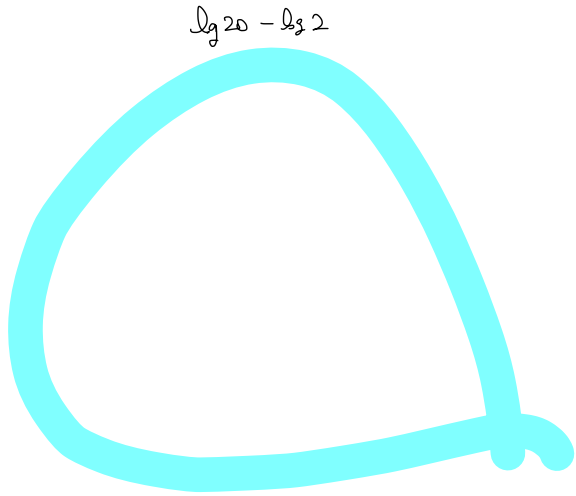
9



8. 두 실수  $a = 2\log_{10} \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$ ,  $b = \log_2 2$ 에 대하여

$a \times b$ 의 값은? [3점]

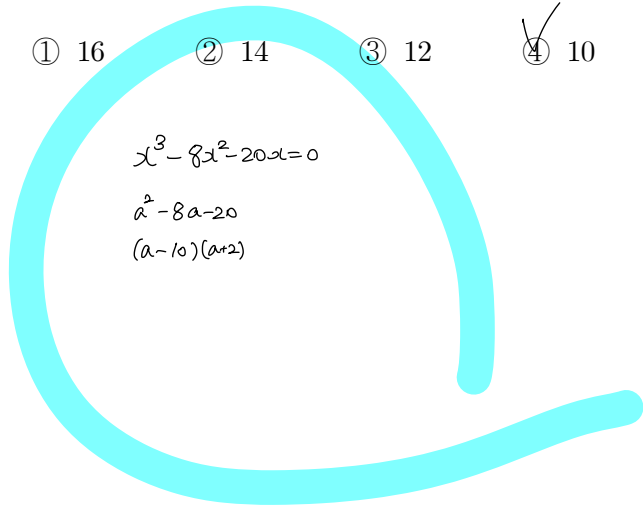
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5



9. 함수  $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$ 에 대하여

$\int_{-2}^a f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx$   
 $\int_{-2}^0 + \int_0^a$   
 일 때, 양수  $a$ 의 값은? [4점]

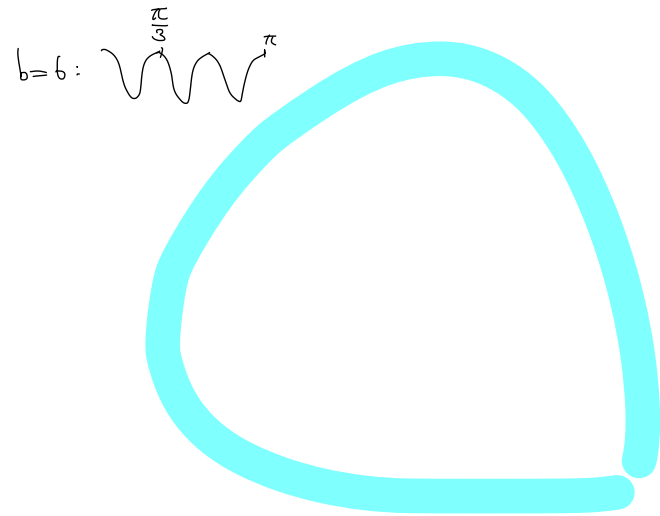
- ① 16
- ② 14
- ③ 12
- ④ 10
- ⑤ 8



10. 닫힌구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수  $f(x) = a \cos bx + 3$ 이

$x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수  $a, b$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 에 대하여  $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20



11. 시각  $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 6       ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

Handwritten solution for problem 11:

$$t^2 - 3t - 6$$

$$2t - 3$$

Handwritten notes:  $t-2$ ,  $6t-3$ ,  $/2$

12.  $a_1 = 2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 과  $b_1 = 2$ 인 등차수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 120      ② 125      ③ 130      ④ 135      ⑤ 140

$$\frac{a_1}{b_2} = \frac{2+d}{2}, \frac{a_2}{b_3} = \frac{1}{2}(4-1), \frac{a_3}{b_4} = \frac{1}{2}(9-4)$$

$$\frac{2+d}{2} + \frac{3}{2}(\frac{2+d}{3}) + \frac{5}{2}(\frac{2+d}{4}) + 7 \times 5 + 9 \times 6$$

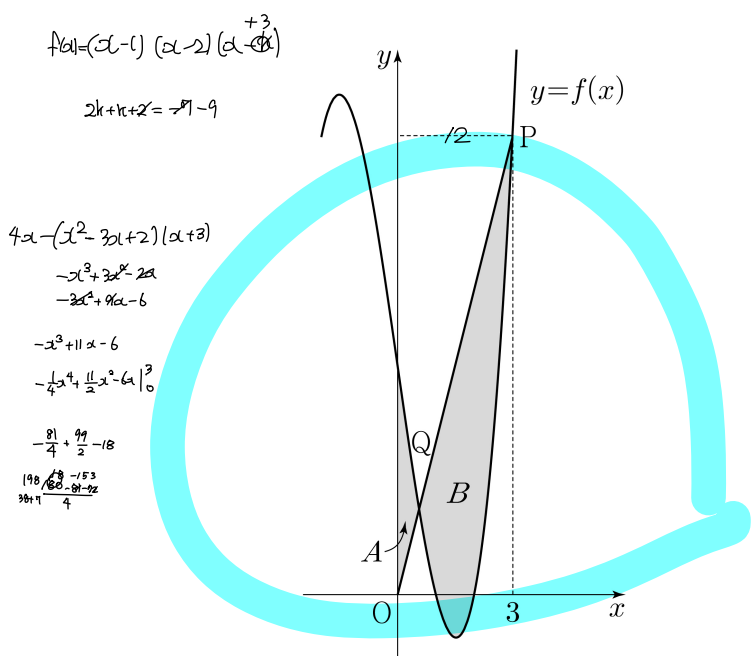
$$\frac{2+d}{1} + \frac{20+3d}{3} + \frac{10+5d}{4} + 55$$

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

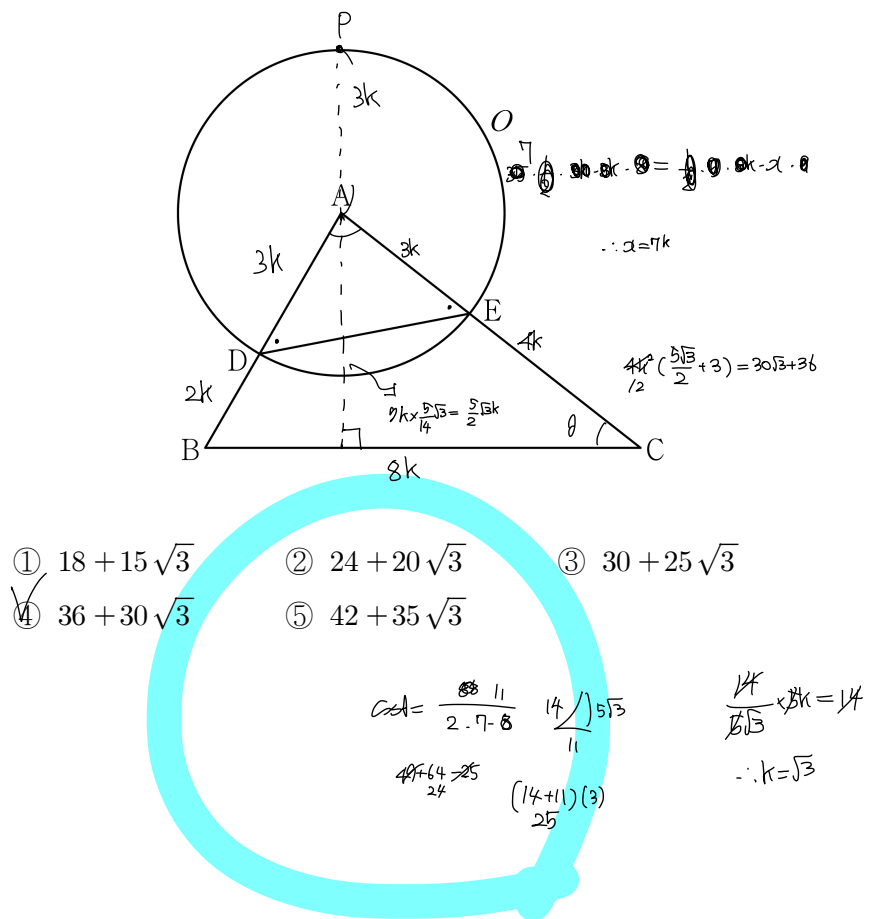
을 만족시킨다. 원점  $O$ 와 점  $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분  $OP$ 가 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점 중  $P$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하자. 곡선  $y=f(x)$ 와  $y$ 축 및 선분  $OQ$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $A$ , 곡선  $y=f(x)$ 와 선분  $PQ$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $B$ 라 할 때,  $B-A$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{37}{4}$     ②  $\frac{39}{4}$     ③  $\frac{41}{4}$     ④  $\frac{43}{4}$     ⑤  $\frac{45}{4}$



14. 그림과 같이 삼각형  $ABC$ 에서 선분  $AB$  위에  $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점  $D$ 를 잡고, 점  $A$ 를 중심으로 하고 점  $D$ 를 지나는 원을  $O$ , 원  $O$ 와 선분  $AC$ 가 만나는 점을  $E$ 라 하자.

$\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형  $ADE$ 와 삼각형  $ABC$ 의 넓이의 비가  $9 : 35$ 이다. 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원  $O$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PBC$ 의 넓이의 최댓값은? (단,  $\overline{AB} < \overline{AC}$ ) [4점]



15. 상수  $a (a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

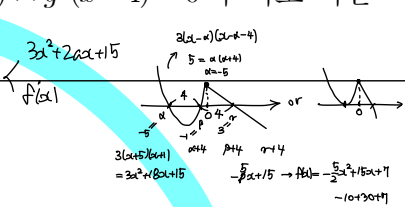
$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
 (나)  $x$ 에 대한 방정식  $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30    ② 32    ③ 34    ④ 36    ⑤ 38



단답형

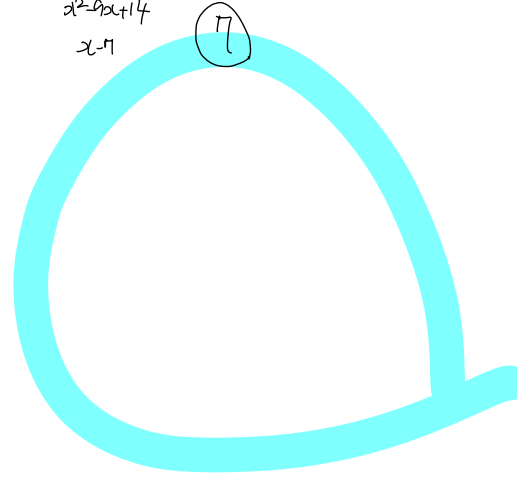
16. 방정식

$$\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$x^2 - 6x + 9 = x^2 - 9x + 14$$

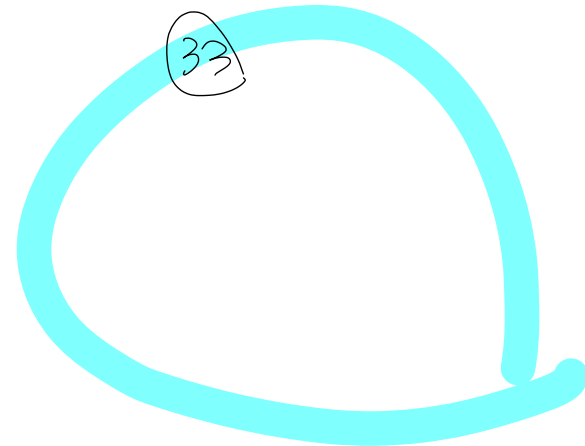
$$x = 7$$



17. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 9x^2 + 4x$ 이고  $f(1) = 6$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$3x^3 + 2x^2 + 1$$

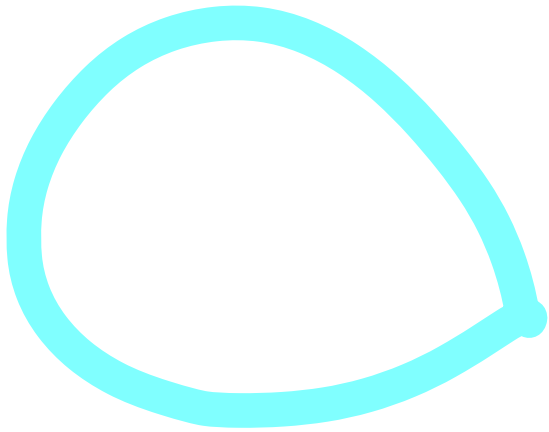
$$24 + 8 + 1$$



18. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} a_n + a_{n+4} &= 12 \\ a_{n+1} + a_{n+5} & \\ a_{n+2} + a_{n+6} & \\ a_{n+3} + a_{n+7} & \end{aligned} \right\} 48 = a_1 \sim a_8 \\
 & \text{를 만족시킬 때, } \sum_{n=1}^{16} a_n \text{의 값을 구하시오. [3점]}
 \end{aligned}$$

96



19. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

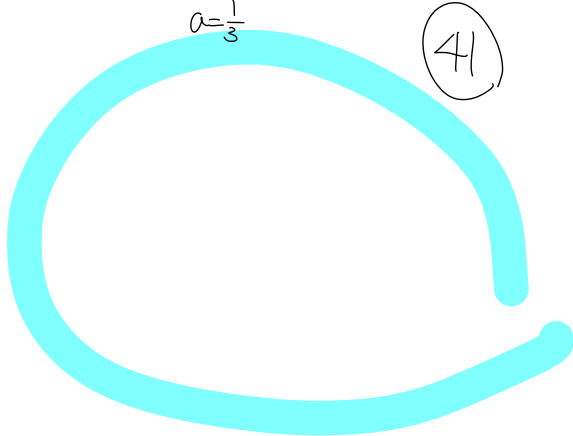
$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

라 하자. 함수  $f(x)$ 의 극대값이  $\frac{7}{27}$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을

$$\begin{aligned}
 & \text{구하시오. [3점]} \quad \begin{aligned} & 2x^2 - 6ax - 12a^2 \\ & (x-2a)(x+a) \end{aligned} \quad \begin{aligned} & 54 - 9 - 4 \\ & 50 \end{aligned} \\
 & \text{2a} \quad \begin{aligned} & -2a^3 - 2a^3 + 12a^3 = \frac{7}{27} \\ & a = \frac{1}{3} \end{aligned}
 \end{aligned}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

41



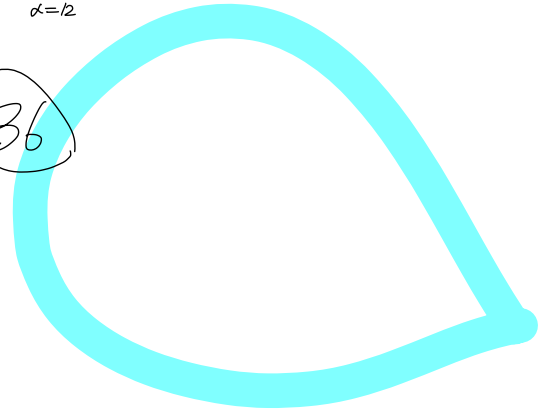
20. 곡선  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$  과 직선  $y=x$ 가 만나는 점의  $x$ 좌표를  $k$ 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. \*  $k = 5^{3-k}$

$$\begin{aligned}
 & x > k \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여} \\
 & f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} \text{이고 } f(f(x)) = 3x \text{이다.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right) \text{의 값을 구하시오. [4점]} \\
 & k5^k = \frac{5^3}{k} \Rightarrow f\left(\frac{1}{5^4}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & f\left(f\left(\frac{1}{5^4}\right)\right) = 3x \\
 & x = 2
 \end{aligned}$$

36



21. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수  $a, b$ 에 대하여  $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

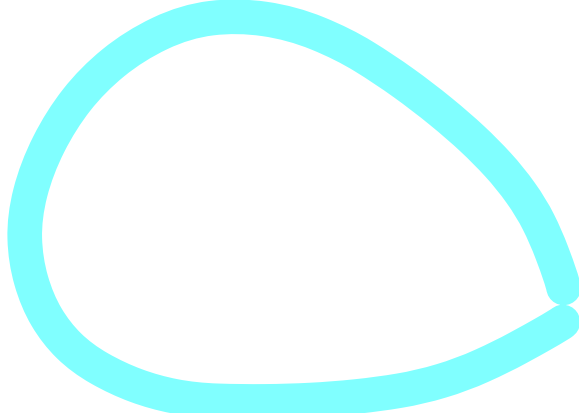
모든 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

$f(x) = 0 = f(2x+1)$

$x = 2x+1$   
 $a = -1$   
 $a + a - b + 4 = 0$   
 $b = a + 3$

$x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$   
 $(a-1)^2 - 4 \cdot 4 < 0$   
 $-4 < (a-1)^2 < 4$   
 $-3 < a < 5$   
 $f(1) = 2a + 8 = 16$

16



22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나)  $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수  $m$ 의 최솟값은 3이다.

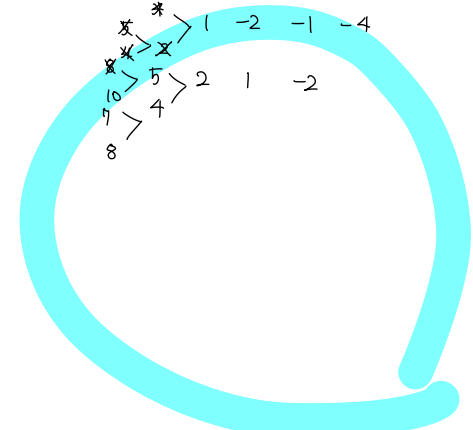
$|a_3| = |a_5|$   
 $a_4 = \begin{cases} a_3 - 3 & (|a_3| = \text{홀수}) \\ \frac{1}{2}a_3 & (a_3 = 0 \text{ 또는 } |a_3| = \text{짝수}) \end{cases}$   
 $a_5 = \begin{cases} a_4 - 3 & (|a_4| = \text{홀수}) \\ \frac{1}{2}a_4 & (a_4 = 0 \text{ 또는 } |a_4| = \text{짝수}) \end{cases}$

$9 + 24 + 10 + 11 + 8 + 6 = 58 + 6$

$a_3 = k$   
 $-1 \leq k \leq 3$   
 $-2 \leq k \leq 2$   
 $a_3 = -6, a_4 = -3, a_5 = -6$

$a_1, a_2, a_3, a_4$   
 $3 > 2 > 1 > 0 > -1 > -2 > -3 > -4$   
 $6 > 3 > 0 > -3 > -6$

64



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.



제 2 교시

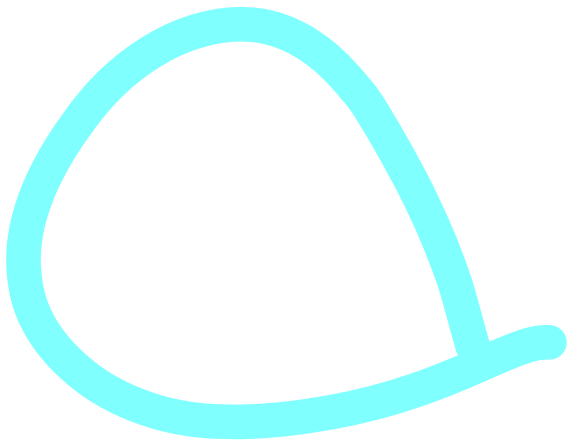
# 수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin^2 x}$ 의 값은? [2점]

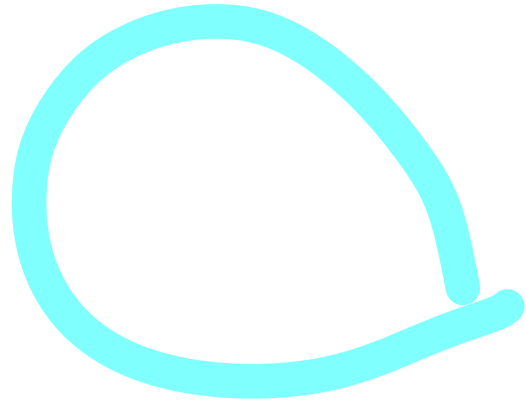
- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5



24.  $\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  10 + ln5
- ② 10 + ln7
- ③ 10 + 2ln3
- ④ 10 + ln11
- ⑤ 10 + ln13

$$x + \ln(x+1) \Big|_0^{10}$$

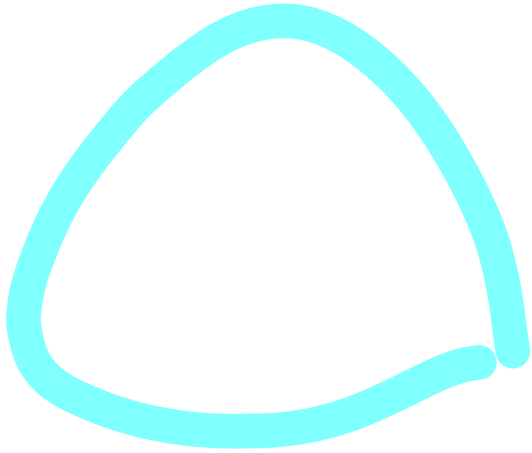


25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{n^2+3} = 1$ 일 때,

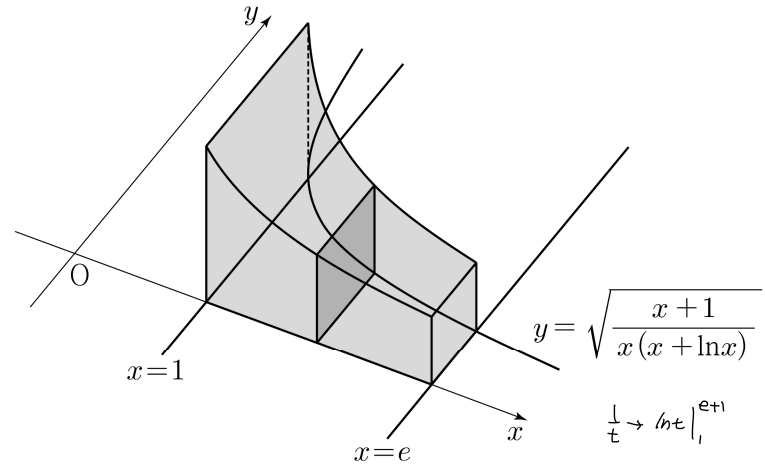
$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 3

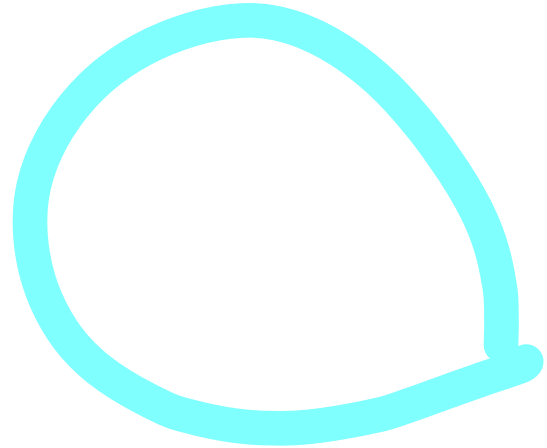
$$\frac{n}{\sqrt{a_n^2+n} + a_n}$$



26. 그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{\frac{x+1}{x(x+\ln x)}}$  과  $x$ 축 및 두 직선  $x=1, x=e$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ①  $\ln(e+1)$     ②  $\ln(e+2)$     ③  $\ln(e+3)$   
 ④  $\ln(2e+1)$     ⑤  $\ln(2e+2)$

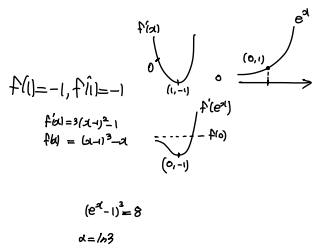


27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

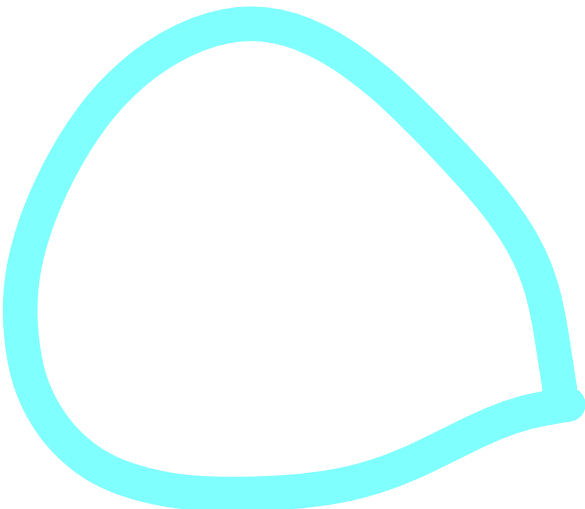
$$g(x) = f(e^x) + e^x$$

이라 하자. 곡선  $y = g(x)$  위의 점  $(0, g(0))$ 에서의 접선이  $x$ 축이고 함수  $g(x)$ 가 역함수  $h(x)$ 를 가질 때,  $h'(8)$ 의 값은?

- $g'(0) = 0, g'(0) = 0 \Rightarrow f'(1) + 1 = 0$       $e^x \{f'(e^x) + 1\} \geq 0$       $f'(e^x) \geq -1$      [3점]
- ①  $\frac{1}{36}$     ②  $\frac{1}{18}$     ③  $\frac{1}{12}$     ④  $\frac{1}{9}$     ⑤  $\frac{5}{36}$



$g(\alpha) = 8, g'(\alpha) = ?$   
 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{f'(3)+1} =$

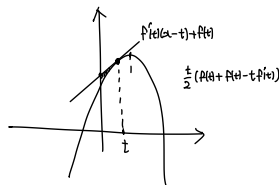


28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 의 도함수  $f'(x)$ 가

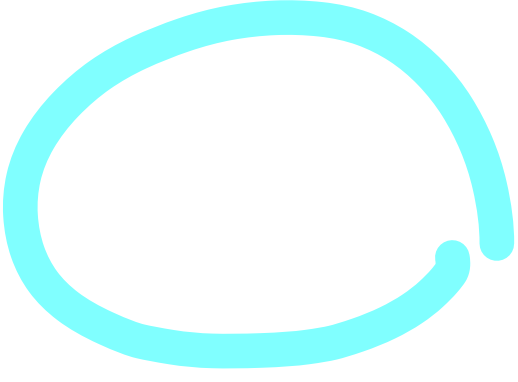
$$f'(x) = -x + e^{1-x^2}$$

이다. 양수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선  $y = f(x)$  및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.  $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$     ②  $\frac{1}{2}e + \frac{2}{3}$     ③  $\frac{1}{2}e + \frac{5}{6}$
- ④  $\frac{2}{3}e + \frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}$



$g(t) = \int_0^t (f(x) - \frac{f(t)-f(0)}{t}x) dx$   
 $g'(t) = f(t) - \frac{f(t)-f(0)}{t} = \frac{t f(t) + f(0)}{t}$   
 $= \frac{t^2}{2} + t^2 e^{-t^2} + \frac{1}{2}$   
 $g(1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$   
 $g'(1) = \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 2$   
 $g(1) + g'(1) = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2}e + \frac{5}{2}$



단답형

29. 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

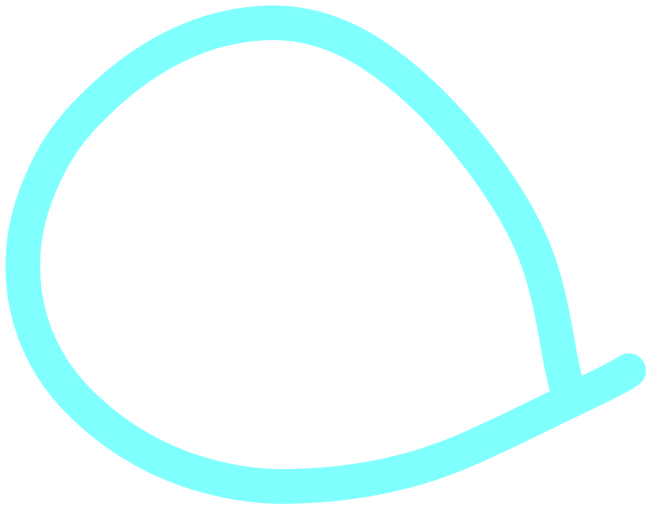
을 만족시킨다. 부등식  $a_n < \dots$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left( (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $m$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for problem 29, including a sequence of terms and a limit calculation.

25



30. 두 상수  $a(1 \leq a \leq 2)$ ,  $b$ 에 대하여 함수

$f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

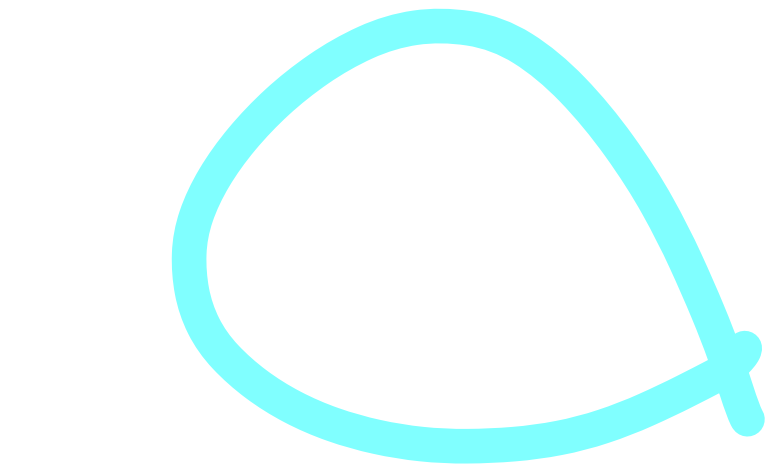
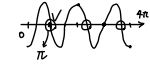
Handwritten notes and conditions for problem 30, including  $f(0) = 0, f(2\pi) = 2\pi a + b$  and  $f'(0) = f'(t)$ .

함수  $f(x)$ 가  $x = \alpha$ 에서 극대인  $\alpha$ 의 값 중 열린구간  $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을  $A$ 라 하자. 집합  $A$ 의 원소의 개수를  $n$ , 집합  $A$ 의 원소 중 가장 작은 값을  $\alpha_1$ 이라 하면,

$20\alpha_1 + \frac{q}{2^p} = \frac{\sqrt{p}}{2} \pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Handwritten solution for problem 30, including trigonometric identities and graphs of the function.



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인 하시오.